



Complex Variables

with an introduction to CONFORMAL MAPPING and its applications

Second Edition

Murray R. Spiegel, Ph.D.

*Former Professor and Chairman, Mathematics Department
Rensselaer Polytechnic Institute, Hartford Graduate Center*

Seymour Lipschutz, Ph.D.

Mathematics Department, Temple University

John J. Schiller, Ph.D.

Mathematics Department, Temple University

Dennis Spellman, Ph.D.

Mathematics Department, Temple University

Schaum's Outline Series



New York Chicago San Francisco
Lisbon London Madrid Mexico City
Milan New Delhi San Juan
Seoul Singapore Sydney Toronto

Copyright © 2009, 1964 by The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. Except as permitted under the United States Copyright Act of 1976, no part of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

ISBN: 978-0-07-161570-9

MHID: 0-07-161570-9

The material in this eBook also appears in the print version of this title: ISBN: 978-0-07-161569-3, MHID: 0-07-161569-5.

All trademarks are trademarks of their respective owners. Rather than put a trademark symbol after every occurrence of a trademarked name, we use names in an editorial fashion only, and to the benefit of the trademark owner, with no intention of infringement of the trademark. Where such designations appear in this book, they have been printed with initial caps.

McGraw-Hill eBooks are available at special quantity discounts to use as premiums and sales promotions, or for use in corporate training programs. To contact a representative please visit the Contact Us page at www.mhprofessional.com.

TERMS OF USE

This is a copyrighted work and The McGraw-Hill Companies, Inc. ("McGraw-Hill") and its licensors reserve all rights in and to the work. Use of this work is subject to these terms. Except as permitted under the Copyright Act of 1976 and the right to store and retrieve one copy of the work, you may not decompile, disassemble, reverse engineer, reproduce, modify, create derivative works based upon, transmit, distribute, disseminate, sell, publish or sublicense the work or any part of it without McGraw-Hill's prior consent. You may use the work for your own noncommercial and personal use; any other use of the work is strictly prohibited. Your right to use the work may be terminated if you fail to comply with these terms.

THE WORK IS PROVIDED "AS IS." McGRAW-HILL AND ITS LICENSORS MAKE NO GUARANTEES OR WARRANTIES AS TO THE ACCURACY, ADEQUACY OR COMPLETENESS OF OR RESULTS TO BE OBTAINED FROM USING THE WORK, INCLUDING ANY INFORMATION THAT CAN BE ACCESSED THROUGH THE WORK VIA HYPERLINK OR OTHERWISE, AND EXPRESSLY DISCLAIM ANY WARRANTY, EXPRESS OR IMPLIED, INCLUDING BUT NOT LIMITED TO IMPLIED WARRANTIES OF MERCHANTABILITY OR FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. McGraw-Hill and its licensors do not warrant or guarantee that the functions contained in the work will meet your requirements or that its operation will be uninterrupted or error free. Neither McGraw-Hill nor its licensors shall be liable to you or anyone else for any inaccuracy, error or omission, regardless of cause, in the work or for any damages resulting therefrom. McGraw-Hill has no responsibility for the content of any information accessed through the work. Under no circumstances shall McGraw-Hill and/or its licensors be liable for any indirect, incidental, special, punitive, consequential or similar damages that result from the use of or inability to use the work, even if any of them has been advised of the possibility of such damages. This limitation of liability shall apply to any claim or cause whatsoever whether such claim or cause arises in contract, tort or otherwise.

متغیرهای مختلط

تالیف

مورای اشیگل – سیمور لیشوتز

جان شیلر – دنیس اسپیلمن

ترجمه

دکتر علی عبادیان

(عضو هیات علمی دانشگاه پیام نور)

حسین نراقی

(عضو هیات علمی دانشگاه پیام نور)

مجید باشعور



عنوان و نام پدیدآور	: متغیرهای مختلط / [مورای اشیپگل ... و دیگران]؛ ترجمه علی عبادیان، حسین نراقی، مجید باشعور.
مشخصات نشر	: تهران: تایماز، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۳۴۳ ص.: مصور، نمودار: ۲۱ × ۲۹ سم.
فروست	: انتشارات تایماز: ۴۴۴.
شابک	: 978-600-5703-26-9
وضعیت فهرست نویسی	: فاها
یادداشت	: عنوان اصلی: Schaum's outlines : complex variables : with an introduction to conformal mapping and its applications, 2nd ed, c2009.
یادداشت	: مورای اشیپگل، سیمورلیپ شوتز، جان شیلر، دنیس اسپلمن.
یادداشت	: عنوان روی جلد: متغیرهای مختلط ۶۴۰ مسئله با حل کامل ...
عنوان روی جلد	: متغیرهای مختلط ۶۴۰ مسئله با حل کامل ...
موضوع	: توابع متغیر مختلط Functions of complex variables توابع چند متغیره مختلط Functions of several complex variables
شناسه افزوده	: اسپیکل، ماری آر، ۱۹۴۳ - م.
شناسه افزوده	: Spiegel, Murray R.
شناسه افزوده	: عبادیان، علی، ۱۳۵۰ - مترجم
شناسه افزوده	: نراقی، حسین، ۱۳۵۶ - مترجم
شناسه افزوده	: باشعور، مجید، ۱۳۵۴ - مترجم
رده بندی کنگره	: QA۳۳۱/۷/م۳ ۱۳۹۶
رده بندی دیویی	: ۵۱۵/۹
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۱۰۸۷۸۳
اطلاعات رکورد کتابشناسی	: فاها

انتشارات تایماز

ناشر کتب دانشگاهی، کمک آموزشی و عمومی

متغیرهای مختلط

ناشر :	تایماز
تألیف :	مورای اشیپگل - سیمور لیپشوتز - جان شیلر - دنیس اسپلمن
ترجمه:	دکتر علی عبادیان - دکتر حسین نراقی - مجید باشعور
مدیر اجرایی :	مجید باشعور
حروفچینی :	گروه فنی تایماز ۶۶۹۷۲۰۵۴
چاپ و صحافی :	تایماز
نوبت چاپ :	اول - ۱۴۰۱
شمارگان :	۳۰۰
شابک :	۹۷۸-۶۰۰-۵۷۰۳-۲۶-۹

حق چاپ و کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر محفوظ و متعلق به مولف می باشد.
 خرید اینترنتی از طریق سایت kitabchi.ir امکانپذیر می باشد.

آدرس: تهران - خیابان انقلاب - خیابان فخررازی - خیابان وحید نظری غربی - پلاک ۸۵ - طبقه ۳
 تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۰۲۷۴۴ موبایل: ۰۹۱۲۷۲۴۴۵۳۵ واتس آپ: ۰۹۱۲۷۲۴۴۵۳۵ ایمیل: taymazpub@yahoo.com taymazpub@gmail.com تلگرام: ۰۹۱۴۴۰۹۹۷۵۸

فهرست مندرجات

۷	۱	اعداد مختلط
۷	۱.۱	دستگاه اعداد حقیقی
۸	۲.۱	نمایش هندسی اعداد حقیقی
۸	۳.۱	دستگاه اعداد مختلط
۸	۴.۱	اعمال اساسی با اعداد مختلط
۹	۵.۱	قدر مطلق
۹	۶.۱	ساختار اصل موضوعی دستگاه اعداد مختلط
۱۰	۷.۱	نمایش هندسی اعداد مختلط
۱۰	۸.۱	نمایش قطبی اعداد مختلط
۱۱	۹.۱	قضیه دِ موآور
۱۱	۱۰.۱	ریشه‌های اعداد مختلط
۱۱	۱۱.۱	فرمول اویلر
۱۲	۱۲.۱	معادلات چند جمله‌ای
۱۲	۱۳.۱	ریشه‌های n ام واحد
۱۲	۱۴.۱	تفسیر برداری از اعداد مختلط
۱۳	۱۵.۱	تصویر استریوگرافیک
۱۳	۱۶.۱	ضرب نقطه‌ای و خارجی
۱۴	۱۷.۱	مختصات مزدوج مختلط
۱۴	۱۸.۱	مجموعه‌های نقطه‌ای
۴۵	۲	توابع، حد و پیوستگی
۴۵	۱.۲	متغیرها و توابع
۴۵	۲.۲	توابع تک مقداری و چند مقداری
۴۵	۳.۲	توابع معکوس
۴۶	۴.۲	تبدیلات

۴۶	مختصات - منحنی الخط	۵.۲
۴۷	توابع مقدماتی	۶.۲
۴۹	نقاط شاخه‌ای و خطوط شاخه‌ای	۷.۲
۵۰	سطوح ریمانی	۸.۲
۵۰	حدها	۹.۲
۵۰	قضایای حد	۱۰.۲
۵۱	بینهایت	۱۱.۲
۵۱	پیوستگی	۱۲.۲
۵۱	قضایای پیوستگی	۱۳.۲
۵۲	پیوستگی یکنواخت	۱۴.۲
۵۲	دنباله‌ها	۱۵.۲
۵۲	حد یک دنباله	۱۶.۲
۵۳	قضایایی برای حد دنباله‌ها	۱۷.۲
۵۳	سری‌های نامتناهی	۱۸.۲

۳ مشتق‌گیری مختلط و معادلات کوشی ریمن

۷۹	مشتق	۱.۳
۷۹	توابع تحلیلی	۲.۳
۷۹	معادلات کوشی - ریمن	۳.۳
۸۰	توابع همساز	۴.۳
۸۰	بیان هندسی مشتق	۵.۳
۸۱	دیفرانسیل‌ها	۶.۳
۸۱	قواعد مشتق‌گیری	۷.۳
۸۲	مشتق توابع مقدماتی	۸.۳
۸۳	مشتقات مراتب بالاتر	۹.۳
۸۳	قاعده هوییتال	۱۰.۳
۸۳	نقاط تکین	۱۱.۳
۸۴	خانواده‌های متعامد	۱۲.۳
۸۵	منحنی‌ها	۱۳.۳
۸۶	کاربردها در هندسه و مکانیک	۱۴.۳
۸۶	عملگرهای مشتق‌گیری مختلط	۱۵.۳
۸۶	گرادیان، دیورژانس، کرل و لاپلاسیان	۱۶.۳
۸۷	اتحادهایی شامل گرادیان، دیورژانس و کرل	۱۷.۳

۱۰۹	۴	انتگرال گیری مختلط و قضیه کوشی
۱۰۹	۱.۴	انتگرال های خطی مختلط
۱۰۹	۲.۴	انتگرال های خطی حقیقی
۱۱۰	۳.۴	ارتباط بین انتگرال های خطی حقیقی و مختلط
۱۱۰	۴.۴	خواص انتگرال
۱۱۱	۵.۴	تغییر متغیرها
۱۱۱	۶.۴	ناحیه های همبند ساده و چندگانه
۱۱۱	۷.۴	قضیه خم جردن
۱۱۲	۸.۴	قرارداد در مورد پیمودن یک مسیر بسته
۱۱۲	۹.۴	قضیه گرین در صفحه
۱۱۲	۱۰.۴	صورت مختلط قضیه گرین
۱۱۲	۱۱.۴	قضیه کوشی. قضیه کوشی - گورسا
۱۱۳	۱۲.۴	قضیه مررا
۱۱۳	۱۳.۴	انتگرال های نامعین
۱۱۳	۱۴.۴	انتگرال های توابع خاص
۱۱۴	۱۵.۴	چند نتیجه از قضیه کوشی
۱۳۷	۵	فرمول انتگرال کوشی و قضایای مربوط به آن
۱۳۷	۱.۵	فرمول انتگرال کوشی
۱۳۷	۲.۵	بعضی قضایای مهم
۱۵۷	۶	سری های نامتناهی، سری های تیلور و لورن
۱۵۷	۱.۶	دنباله هایی از توابع
۱۵۷	۲.۶	سری هایی از توابع
۱۵۸	۳.۶	همگرایی مطلق
۱۵۸	۴.۶	همگرایی یکنواخت دنباله ها و سری ها
۱۵۸	۵.۶	سری توانی
۱۵۹	۶.۶	بعضی قضایای مهم
۱۶۱	۷.۶	قضیه تیلور
۱۶۲	۸.۶	بعضی سری های خاص
۱۶۲	۹.۶	قضیه لورن
۱۶۳	۱۰.۶	رده بندی تکین ها
۱۶۴	۱۱.۶	توابع تام
۱۶۴	۱۲.۶	توابع برخه ریخت

۱۳.۶	بسط لاگرانژ	۱۶۴
۱۴.۶	امتداد تحلیلی	۱۶۵

۷ قضیه مانده‌ها محاسبه انتگرال‌ها و سری‌ها

۱.۷	مانده‌ها	۱۹۳
۲.۷	محاسبه مانده‌ها	۱۹۳
۳.۷	قضیه مانده	۱۹۴
۴.۷	محاسبه انتگرال‌های معین	۱۹۴
۵.۷	قضایای خاص متداول در محاسبه انتگرال‌ها	۱۹۵
۶.۷	مقدار اصلی کوشی انتگرال	۱۹۵
۷.۷	مشتق‌گیری تحت علامت انتگرال (قاعده لایبنتیز)	۱۹۶
۸.۷	مجموع سری‌ها	۱۹۶
۹.۷	قضیه بسط متیاق - لفلر	۱۹۶
۱۰.۷	بعضی بسط‌های خاص	۱۹۷

۸ نگاشت‌های همدیس

۱.۸	تبدیلات یا نگاشت‌ها	۲۲۱
۲.۸	ژاکوبی یک تبدیل	۲۲۱
۳.۸	توابع نگاشت مختلط	۲۲۲
۴.۸	نگاشت همدیس	۲۲۲
۵.۸	قضیه نگاشت ریمان	۲۲۳
۶.۸	نقاط ثابت یا ناوردای یک تبدیل	۲۲۳
۷.۸	چند تبدیل کلی	۲۲۳
۸.۸	تبدیلات پی‌درپی	۲۲۴
۹.۸	تبدیل خطی	۲۲۴
۱۰.۸	تبدیل دو خطی یا کسری	۲۲۴
۱۱.۸	نگاشتی از یک نیم صفحه به روی یک دایره	۲۲۵
۱۲.۸	تبدیل شواتز- کریستوفل	۲۲۵
۱۳.۸	تبدیلات مرزها به صورت پارامتری	۲۲۶
۱۴.۸	چند نگاشت خاص	۲۲۶

۹ کاربردهای فیزیکی نگاشت‌های همدیس

۱.۹	مسائل مقدار مرزی	۲۵۷
۲.۹	توابع همساز و مزدوج	۲۵۷
۳.۹	مسائل دیریکله و نیومن	۲۵۷

۴.۹	مساله دیریکله برای دایره واحد. فرمول پواسن	۲۵۸
۵.۹	مساله دیریکله برای نیم صفحه	۲۵۸
۶.۹	جواب‌های مسائل دیریکله و نیومن با استفاده از نگاشت همدیس	۲۵۸
۷.۹	فرضیات اساسی	۲۵۹
۸.۹	پتانسیل مختلط	۲۶۰
۹.۹	خطوط هم پتانسیل و خطوط جریان	۲۶۱
۱۰.۹	چشمه‌ها و حفره‌ها	۲۶۱
۱۱.۹	جریان‌های خاص	۲۶۱
۱۲.۹	جریان حول موانع	۲۶۳
۱۳.۹	قضیه برنولی	۲۶۴
۱۴.۹	قضایای بلاسیوس	۲۶۴
۱۵.۹	قانون کلمب	۲۶۴
۱۶.۹	شدت میدان الکتریکی. پتانسیل الکترواستاتیک	۲۶۴
۱۷.۹	قضیه گاوس	۲۶۵
۱۸.۹	پتانسیل الکترواستاتیک مختلط	۲۶۵
۱۹.۹	بارهای خطی	۲۶۶
۲۰.۹	رساناها	۲۶۶
۲۱.۹	ظرفیت الکتریکی	۲۶۶
۲۲.۹	شار گرمایی	۲۶۷
۲۳.۹	دمای مختلط	۲۶۷

۱۰ مباحث ویژه

۲۹۵	۱.۱۰ امتداد تحلیلی	۲۹۵
۲۹۶	۲.۱۰ اصل انعکاس شوارتز	۲۹۶
۲۹۶	۳.۱۰ حاصلضرب‌های نامتناهی	۲۹۶
۲۹۶	۴.۱۰ همگرایی مطلق، مشروط و یکنواخت حاصلضرب‌های نامتناهی	۲۹۶
۲۹۷	۵.۱۰ چند قضیه مهم در مورد حاصلضرب‌های نامتناهی	۲۹۷
۲۹۷	۶.۱۰ قضیه وایرشتراس برای حاصلضرب‌های نامتناهی	۲۹۷
۲۹۸	۷.۱۰ چند حاصلضرب نامتناهی خاص	۲۹۸
۲۹۸	۸.۱۰ تابع گاما	۲۹۸
۲۹۹	۹.۱۰ ویژگی‌های تابع گاما	۲۹۹
۳۰۰	۱۰.۱۰ تابع بتا	۳۰۰
۳۰۰	۱۱.۱۰ معادلات دیفرانسیل	۳۰۰
۳۰۲	۱۲.۱۰ حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از انتگرال‌های کن تور	۳۰۲

۳۰۲	 ۱۳.۱۰ توابع بسط
۳۰۳	 ۱۴.۱۰ توابع لژاندر
۳۰۵	 ۱۵.۱۰ تابع فوق هندسی
۳۰۵	 ۱۶.۱۰ تابع زتا
۳۰۶	 ۱۷.۱۰ سری‌های مجانبی
۳۰۶	 ۱۸.۱۰ روش تندترین کاهش
۳۰۷	 ۱۹.۱۰ بسط‌های مجانبی خاص
۳۰۸	 ۲۰.۱۰ توابع بیضوی